

Domácí úkol ze cvičení 8:

Řady s nezápornými členy:

1. Užitím vhodného kritéria vyšetřete konvergenci řad:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n(n+1)}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n^2+2} \right)^2; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2-1}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}; \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!};$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n+1} \right)^n; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n}-1)^n.$$

2. Vyšetřete konvergenci řady v závislosti na parametru $a > 0$:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^a}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{1+a^n}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a^n}$.

3. Pokuste se pomocí Cauchyho kondenzačního kritéria vyšetřit konvergenci řad

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$; b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$.

A zopakujte si, prosím, kritéria neabsolutní konvergence řad (z přednášky)

a pokuste se kritéria i použít na některém z dalších příkladů (jako přípravu na cvičení 9):

1. Vyšetřete absolutní, případně neabsolutní konvergenci řady:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+1}$; d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$.

2. V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^n n}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$